

# 하이퍼 튜브 내부에서 BR 계수 변화에 따른 칸트로위쯔 한계 현상 수치 해석

## Numerical Analysis of Kantrowitz Limit for Various BR in Hyper Tube

장용준<sup>\*†</sup>, 이관섭<sup>\*</sup>

Yong-Jun Jang<sup>\*†</sup>, Kwan Sup Lee<sup>\*</sup>

**Abstract** The hyper tube train traveling inside tube has a different aerodynamic phenomena with the high speed train running in the open space. The maximum speed in the tube is limited by 'Kantrowitz Limit' phenomena caused by choking flow. The Kantrowitz Limit is influenced by the ratio of train cross-section area to tube cross-section area which is called blockage ratio (BR). In this study, the Kantrowitz Limit phenomena in the tube is numerically and theoretically investigated according to the variation of BR when high speed train (pod) is traveling in the tube. The speed of train is fixed to 170m/sec and BRs are varied from 0.3 to 0.8. Large eddy simulation method is applied to solve the momentum equation. The pressure coefficient around train is calculated and compared with theoretical equation.

**Keywords** : Hyper Tube, Kantrowitz Limit, Choking, Blockage Ratio, Large Eddy Simulation

**초 록** 개활지에서 고속으로 주행하는 고속열차와는 다르게 튜브 속을 고속으로 주행하는 열차의 경우는 튜브 내부의 칸트로위쯔 한계(Kantrowitz limit) 현상으로 인하여 최고 속도에 제한을 받게 된다. 튜브 내부의 초킹 현상은 튜브의 단면적에 대한 차량의 단면적 비율인 BR(Blockage Ratio) 값에 따라 변화한다. 본 연구는 차량이 튜브 내부에서 주행할 때 BR 값에 따라 칸트로위쯔 한계 현상이 어떻게 나타나는지를 조사하기 위하여 수치해석을 수행하였다. 튜브 내부에서 차량의 주행 속도는 170m/sec로 고정시키고, BR 값을 0.3에서 0.8까지 증가시키면서 차량 주변에서의 압력 계수  $C_p$  (Pressure coefficient) 값을 조사하였다. 수치해석을 위하여 FDS코드의 대와류 기법(LES; Large Eddy Simulation)을 사용하였다. 계산된 결과는 칸트로위쯔 한계 이론식과 비교하여 분석하였다.

**주요어** : 하이퍼튜브, 칸트로위쯔 한계, 초킹, Brockage Ratio, 대와류 기법

## 1. 서 론

국내에서는 한국철도기술연구원의 '초고속 튜브철도 차량 핵심기술 개발(2009~2011)<sup>(1)</sup>' 연구를 통하여 자기부상 철도차량에 대한 핵심기술 연구가 진행되었으며, 2013년에는 미국의 Elon Musk가 'Hyperloop'<sup>(2)</sup> 개념을 도입하여 튜브 트레인에 대한 향상된 기술 개발을 진행하고 있다.

† 교신저자: 한국철도기술연구원, 하이퍼튜브연구팀(jangyj@krri.re.kr)

\* 한국철도기술연구원, 하이퍼튜브연구팀

개활지에서 고속으로 주행하는 고속열차와는 다르게 튜브 속을 고속으로 주행하는 열차의 경우는 튜브 내부의 초킹(choking) 현상<sup>(2-3)</sup>으로 인하여 최고속도에 제한을 받게 된다. 튜브 내부의 초킹 현상은 튜브의 단면적에 대한 차량의 단면적 비율인 BR(Brockage Ratio) 값에 따라 변화한다. 이러한 초킹 현상이 발생하지 않는 최대 유속을 칸트로위쯔 한계(Kantrowitz limit)<sup>(3)</sup>라고 하며, 칸트로위쯔 한계는 음속보다 약간 낮은 값에서 형성된다.

본 연구는 차량이 튜브 내부에서 주행할 때 BR 값에 따라 칸트로위쯔 한계 현상이 어떻게 나타나는지를 조사하기 위하여 수치해석을 수행하였다. 튜브 내부에서 차량의 주행 속도는 M(마하 수)=0.5 (170m/sec)로 고정시키고, BR 값을 0.3 에서 0.8까지 증가시키면서 차량 주변에서의 압력 계수  $C_p$  (Pressure coefficient) 값을 조사하였다. 수치해석을 위하여 FDS 코드의 대와류 기법(LES; Large Eddy Simulation)을 사용하였다. 계산된 결과는 칸트로위쯔 한계(Kantrowitz limit)<sup>(3)</sup> 이론식과 비교하여 분석하였다.

## 2. 수치해석 기법 및 이론적 연구

튜브 및 차량을 각각 원통형으로 모델하였으며, 원통형의 절단면만을 고려하여 2차원으로 해석하였다. Fig. 1에서 처럼 튜브의 직경은  $D$ , 차량의 길이는  $1.5D$  로 고정시켰다. 차량의 직경을  $0.3D \sim 0.8D$  까지 변경시키면서 차량 주변의 압력 분포의 변화를 조사하였다. 차량의 주행 속도는 M(마하 수)=0.5 (170m/sec)로 고정시켰다.

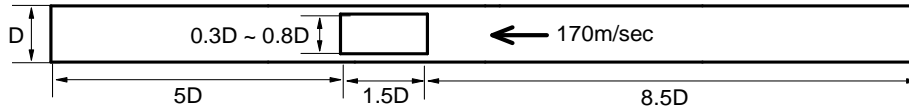


Fig. 1 Modeling of tube and capsule train (pod)

수치해석을 위하여 FDS(Fire Dynamics Simulator) 코드<sup>(4)</sup>의 대와류 기법(Large Eddy Simulation)을 사용하였다. Navier-Stokes 방정식을 필터링하여 얻었으며<sup>(4-5)</sup> 연속방정식 및 운동량 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\overline{U}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \tau_{ij} \right\} + g_i \quad (2)$$

$$\tau_{ij} = \overline{U_i U_j} - \overline{U_i} \overline{U_j} \quad (3)$$

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2\nu_t \overline{S_{ij}} \quad (4)$$

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

$$\nu_t = (C_s \overline{\Delta})^2 \left| \overline{S} \right| \quad (6)$$

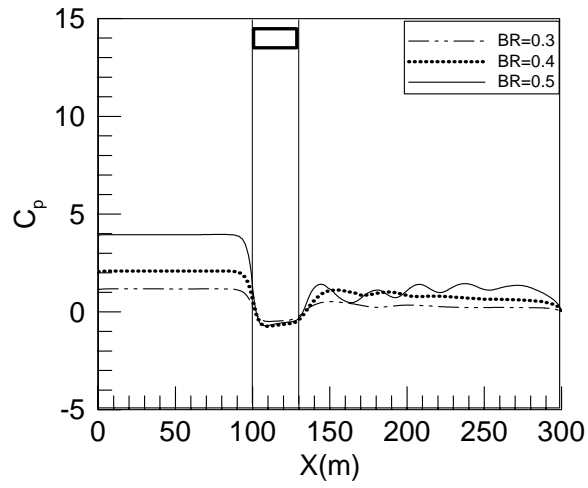
튜브 입구에서의 경계조건은 일정한 유속 (170m/sec)이 주어졌으며, 출구에서는 압력 경계조건이 주어졌다. Linux cluster 및 MPI 기능을 이용하여 병렬 계산을 수행하였다.

### 3. 결과 및 고찰

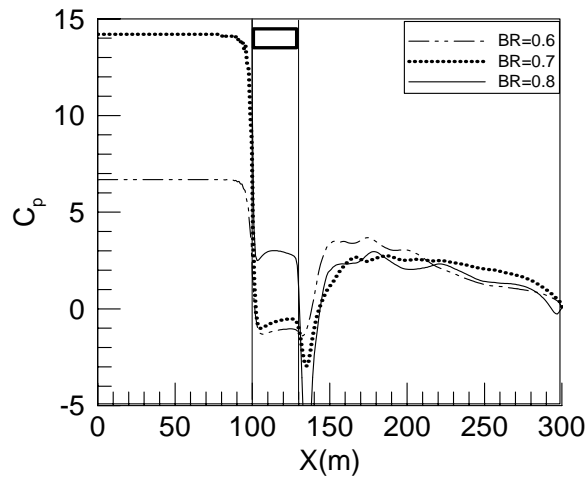
Fig. 2는 BR(Brockage Ratio) 가 0.3, 0.4 및 0.5에 대한 튜브 벽면에서의 압력 계수( $C_p$ )의 변화를 나타내고 있다. 캡슐 차량 전두부에서 약간 높은 값을 보이고 있으나, 차량을 지나면서 유속의 증가로 인하여 압력이 감소하고 차량 후미부를 지나서는 다시 압력이 회복되는 현상을 보이고 있다.  $BR < 0.5$ 에서는 초킹에 의한 칸트로워즈 한계 현상이 발생하고 있지 않는 것으로 판단된다. Fig. 3는 BR(Brockage Ratio) 가 0.6, 0.7 및 0.8에 대한 튜브 벽면에서의 압력 계수의 변화를 나타내고 있다.  $BR=0.7$ 일 경우는 유속이 차량을 지나고 나서 압력 회복이 잘 안되고 있으며,  $BR=0.8$ 일 경우는 차량 후미부에서 거의 압력이 회복되지 않는 것을 볼 수 있다. 따라서, 본 수치해석을 통해서서는  $BR=0.7$ 이상에서 초킹으로 인한 칸트로워즈 한계 현상이 발생하고 있는 것을 볼 수 있다. 칸트로워즈 한계 이론식 (7)<sup>(3)</sup>에 의하면

$$\frac{A_{bypass}}{A_{tube}} = \left[ \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right]^{1/2} \left[ \frac{2\gamma}{\gamma+1} \right]^{1/\gamma-1} \left[ 1 + \frac{2}{\gamma-1} \frac{1}{M^2} \right]^{1/2} \left[ 1 - \frac{\gamma-1}{2\gamma} \frac{1}{M^2} \right]^{1/\gamma-1} \quad (7)$$

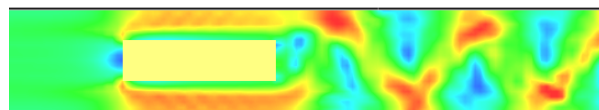
여기서  $M$ 은 마하 수,  $\gamma$ 는 비열비(specific heat ratio) 이다.  $M=0.5$ ,  $\gamma=1.4$  일 경우  $A_{bypass} / A_{tube} = 0.33$  이상에서 칸트로워즈 한계 현상이 발생하지 않으므로 이는  $BR < 0.67$ 을 의미하며, 본 연구의 수치해석 결과와 잘 일치하고 있는 것을 볼 수 있다. Fig. 4는 튜브 차량 주위의 속도 분포(contour)을 보여주고 있다. 차량을 통과할 때 속도가 증가하고, 차량 후류에서는 와류 (Karman vortex shedding)가 발생하고 있는 것이 관찰된다.



**Fig. 2** Distribution of pressure coefficient ( $C_p$ ) along the tube for BR=0.3, 0.4 and 0.5



**Fig. 3** Distribution of pressure coefficient ( $C_p$ ) along the tube for BR=0.6, 0.7 and 0.8



**Fig. 4** Velocity distribution around tube for BR=0.4

#### 4. 결론

본 연구는 차량이 튜브 내부에서 초고속으로 주행할 때 BR 변화에 따른 칸트로위즈 한계 현상을 LES 기법을 통하여 조사하였으며, 이론식과 정확도를 비교 분석하였다.

## 후 기

본 연구는 한국철도기술연구원 PK1701A 과제의 지원에 의하여 수행된 결과이며 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- [1] M. Kang, B, B. (2009) Development of the core technologies of the super-speed tube train, *KRRI research report 2009-060 of Korea Railroad Research Institute*, 7(4), pp. 1-98.
- [2] Musk, Elon (2013) Hyperloop Alpha, SpaceX. Retrived August 13, 2013.
- [3] Van Wie, D. M., Kwok, F. T. and Walsh, R. F., (1996) Starting characteristics of supersonic inlets, *AIAA paper 96-2914*.
- [4] McGrattan, K. J., McDermontt, R., Hostikka S. and Floyd, J., (2013) Fire Dynamics Simulator (ver. 6) User's Guide, NIST.
- [5] Jang, Y.-J., Kim, J.-H, Park, S.-H and Koo, D.-H. (2015) Large eddy simulation of cooling flows in underground subway station according to different PSD operating conditions, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol.29, No.12, pp. 5257~5265